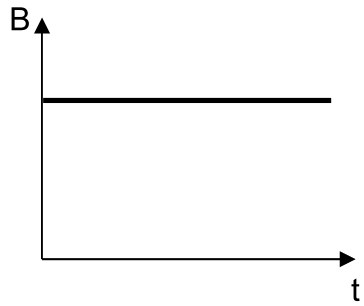
Kategorie D: Umgang mit Diagrammen – Grundlagen

Im Folgenden wird zur Erläuterung eine fiktive Größe B über der Zeit aufgetragen. B könnte im konkreten Fall stehen für Weg, Geschwindigkeit, Abflussmenge, Durchflussrate, Temperatur, Höhe, Druck, ...
Natürlich kann in konkreten Fällen auf der x-Achse auch etwas anderes als die Zeit stehen. Da wir im Unterricht jedoch mit Bewegungslehre beginnen – in der immer die Zeit auf der x-Achse aufgetragen ist – ist das hier der Einfachheit halber auch so.

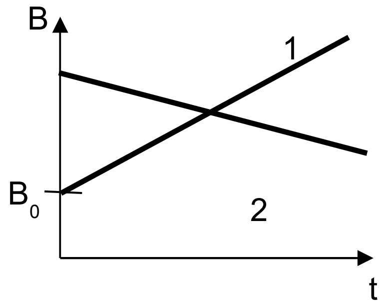
Beide Achsen sind nur mit dem Symbol der aufgetragenen Größe gekennzeichnet, es wird keine Einheit angegeben, da es hier nur um charakteristische Verläufe geht.

I) B ist konstant



Dass eine Größe im Lauf der Zeit konstant ist, sieht man im Diagramm daran, dass es sich um eine zur x-Achse parallele Gerade handelt.

II) B wächst linear / nimmt linear ab



Eine Größe, die im Lauf der Zeit linear wächst, erkennt man im Diagramm daran, dass es eine Gerade mit positiver Steigung ist (1). Linear wachsen bedeutet, dass in gleichen Zeitintervallen (Δt) B jeweils gleich viel zunimmt (nämlich um ΔB).
Lässt man beispielsweise Wasser in einen zylinderförmigen Eimer laufen, der bereits Wasser enthält, so steigt die Wasserhöhe (B) in gleichen Zeitintervallen (z.B. $\Delta t = 2s$) immer um das gleiche Stück (z.B. $\Delta B = 0{,}4cm$). Da $B(0) \neq 0$ ist (da also B „am Anfang" nicht Null ist), war bereits am Beginn der Messung Wasser im Eimer.

Will man wissen, wie stark sich die Wasserhöhe im Eimer pro Sekunde verändert (das nennt man auch Änderungsrate der Wasserhöhe), so berechnet man $\frac{\Delta B}{\Delta t}$. Dies ist nichts anderes als die Steigung der Geraden und ist konstant.

Die Gleichung der Geraden ist ja allgemein y = m x + b, wobei m für die Steigung und b für den y-Achsenabschnitt steht. In diesem Fall ist damit die Gleichung der Geraden (1):

$$B(t) = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot t + B_0 .$$

Oft erhält diese konstante Steigung einen eigenen Namen, weil ihre Bedeutung wichtig ist. Trägt man bei einer Bewegung beispielsweise den Weg über der Zeit auf und es ergibt sich ein Bild wie (1), so ist die Steigung der Geraden nichts anderes als die Geschwindigkeit v:

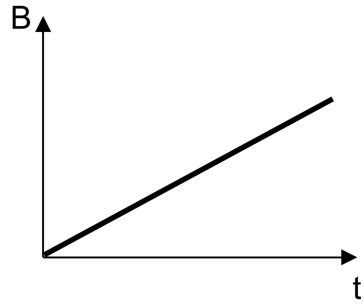
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = v .$$

Bei Bewegungen, bei denen der Weg linear mit der Zeit wächst (bei denen also in gleichen Zeitintervallen gleich große Wegstücke hinzukommen) ist die Geschwindigkeit konstant und steckt als Steigung der Geraden im s-t-Diagramm. Diese Bewegungen nennt man gleichförmig.

Man kann also den zu einem Zeitpunkt $\tilde{t}$ zugehörigen Weg $\tilde{s}$ berechnen als
$s(t)=\tilde{s}=v\cdot\tilde{t}+s_0$

Im Fall (2) nimmt B linear ab – dies könnte beispielsweise den Abbrennvorgang einer Kerze darstellen, deren Höhe in gleichen Zeitintervallen gleich stark abnimmt.

III) B ist proportional zu t



Proportional ist ein Spezialfall von linear ansteigend, nämlich der, bei dem am Anfang beide Größen Null sind. Im Diagramm stellt sich ein proportionaler Zusammenhang als Ursprungsgerade dar. Der Anfangswert B_0 ist Null. Die zugehörige Geradengleichung lautet also $B(t)=\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot t$

Dies hat zur Folge, dass nicht nur gilt:

In gleichen Zeitintervallen ist die Zunahme von B gleich (also $\frac{\Delta B}{\Delta t}=$ konstant), sondern sogar:

Vervielfacht man die Zeit, so vervielfacht sich B in gleichem Maß (verdoppelt man beispielsweise t, so verdoppelt sich auch B, verachtfacht man t, verachtfacht sich B, halbiert man t, halbiert sich B).

Für proportionale Zusammenhänge gibt es ein besonderes Zeichen: ~

Ist B proportional zu t, so schreibt man: $B \sim t$ und es gilt: $\frac{B}{t}=$ konstant.

Im Falle einer gleichförmigen Bewegung gilt also: $s \sim t$ und $\frac{s}{t}=v=$ konstant.

Aufgaben

1) In einen leeren Eimer (zylinderförmig, d=30cm) wird Wasser eingefüllt. Der Wasserzulauf ist konstant. Am Ende des 60 Sekunden dauernden Einfüllvorgangs steht das Wasser 20cm hoch im Eimer.
   (a) Zeichnen Sie in ein Diagramm die Wasserhöhe in Abhängigkeit von der Zeit für eine Zeitdauer von 120s ab Start.
   (b) Wie viel Wasser befindet sich nach 120s Eimer?
   (c) Wie groß war der Wasserzulauf (Liter/Sekunde) während des Einfüllvorgangs?
   (d) Was ändert sich in (a) bis (c), wenn im Eimer ursprünglich schon 7 Liter Wasser enthalten waren, sich an den anderen Angaben aber nichts ändert?

2) Eine Kerze (zylinderförmig, d=1cm, Höhe 20cm) brennt gleichmäßig ab. Die Höhe sinkt dabei pro Minute um 2mm. In einer Höhe von 15cm wird sie ausgeblasen.
   a) Wie lange hat die Kerze gebrannt?
   b) Zeichnen Sie ein Diagramm, das die Kerzenhöhe in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.

Kategorie D: Umgang mit Diagrammen – Grundlagen

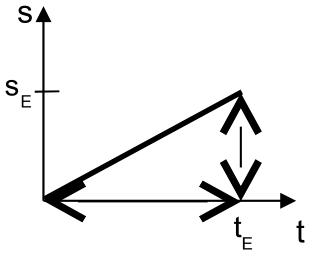
IV) A ist die Änderungsrate der Größe B.

A sei nun die Änderungsrate einer Größe B. Beispielsweise könnte A bei einer gleichförmigen Bewegung die Wegänderung mit der Zeit sein – kurz: A wäre dann die Geschwindigkeit. Beim Wassereimer wäre A jetzt das Ergebnis aus Aufgabe 1(c).

Wir müssen nun umdenken. Was bisher die Steigung war, wird nun selbst auf der y-Achse aufgetragen. Wo findet sich nun im Diagramm die Größe B?

Diese Frage ist nicht so schwer zu beantworten, wenn wir uns wieder die gleichförmige Bewegung anschauen, und zwar für den Spezialfall s(0) = 0.

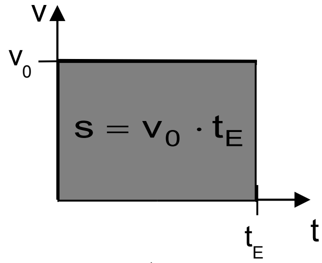
s-t-Diagramm (s entspricht allg. B):



Die Geschwindigkeit ist im s-t-Diagramm die Steigung: $v = \frac{s_E}{t_E}$

Allgemein:
A ist im B-t-Diagramm die Steigung.

v-t-Diagramm (v entspricht allg. A):



Der Weg ist $s = v_0 \cdot t_E$, also ist der Weg im v-t-Diagramm eine Fläche (siehe Bild).

Allgemein:
B ist im A-t-Diagramm eine Fläche.

Aufgaben

3) In einen leere zylinderförmige Wassertonne (d=80cm, Höhe=1,5m) wird Wasser aus einem Wasserschlauch eingefüllt. Der Wasserschlauch liefert 1,3 Liter Wasser pro Sekunde. Das Wasser wird nach 10 Minuten abgestellt.
   (a) Zeichnen Sie ein Diagramm, das die Zulaufmenge/Sekunde in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.
   (b) Ermitteln Sie aus diesem Diagramm die Wassermenge, die aus dem Schlauch gelaufen ist. Ist die Wassertonne voll?

4) Erstellen Sie das zugehörige s-t-Diagramm mit s(0)=0.